

## ESAxioms<sup>11,40</sup>

$$\begin{aligned}
& \text{ESAxioms}\{i:l\}(E;T;M;loc;kind;val;when;after;time;sends;sender;index;first;pred;causl) \\
& \equiv_{\text{def}} (\forall e, e':E. (loc(e) = loc(e')) \Rightarrow ((causl(e,e')) \vee (e = e') \vee (causl(e',e)))) \\
& \quad \& (\forall e:E. (\uparrow(first(e))) \iff (\forall e':E. (loc(e') = loc(e)) \Rightarrow (\neg(causl(e',e)))))) \\
& \quad \& (\forall e:E. \\
& \quad \quad (\neg(\uparrow(first(e)))) \\
& \quad \quad \Rightarrow (loc(pred(e)) = loc(e) \& causl(pred(e),e) \\
& \quad \quad \quad \& (\forall e':E. (loc(e') = loc(e)) \Rightarrow (\neg(causl(pred(e),e') \& causl(e',e))))) \\
& \quad \& (\forall e:E. \\
& \quad \quad (\neg(\uparrow(first(e)))) \\
& \quad \quad \Rightarrow (\forall x:Id, t:\mathbb{Q}. when(x,e,t) = after(x,pred(e),t + ((time(e)) - (time(pred(e))))) \\
& \quad \& \text{Trans}(E;e,e'.causl(e,e')) \\
& \quad \& \text{SWellFounded}(causl(e,e')) \\
& \quad \& (\forall e:E. \\
& \quad \quad (\uparrow\text{isrcv}(kind(e))) \\
& \quad \quad \Rightarrow ((sends(\text{lnk}(kind(e)),sender(e)))[index(e)]) \\
& \quad \quad \quad = \\
& \quad \quad \quad \text{msg}(\text{lnk}(kind(e));\text{tag}(kind(e));val(e))) \\
& \quad \& (\forall e:E. (\uparrow\text{isrcv}(kind(e))) \Rightarrow (causl(sender(e),e))) \\
& \quad \& (\forall e, e':E. \\
& \quad \quad (causl(e,e')) \\
& \quad \quad \Rightarrow (((\neg(\uparrow(first(e')))) \text{ c}\wedge ((causl(e,pred(e')) \vee (e = pred(e')))) \\
& \quad \quad \quad \vee ((\uparrow\text{isrcv}(kind(e')) \text{ c}\wedge ((causl(e, sender(e')) \vee (e = sender(e')))))))) \\
& \quad \& (\forall e:E. (\uparrow\text{isrcv}(kind(e))) \Rightarrow (loc(e) = \text{destination}(\text{lnk}(kind(e)))) \\
& \quad \& (\forall e:E, l:\text{IdLnk}. (\neg(loc(e) = \text{source}(l))) \Rightarrow (sends(l,e) = [])) \\
& \quad \& (\forall e, e':E. \\
& \quad \quad (\uparrow\text{isrcv}(kind(e))) \\
& \quad \quad \Rightarrow (\uparrow\text{isrcv}(kind(e'))) \\
& \quad \quad \Rightarrow (\text{lnk}(kind(e)) = \text{lnk}(kind(e'))) \\
& \quad \quad \Rightarrow ((causl(e,e')) \\
& \quad \quad \quad \iff ((causl(sender(e),sender(e'))) \\
& \quad \quad \quad \vee (sender(e) = sender(e') \& ((index(e)) < (index(e')))))) \\
& \quad \& (\forall e:E, l:\text{IdLnk}, n:\{0..\|sends(l,e)\|^{-}\}. \\
& \quad \quad \exists e':E \\
& \quad \quad ((\uparrow\text{isrcv}(kind(e')) \text{ c}\wedge (\text{lnk}(kind(e')) = l \& sender(e') = e \& index(e') = n)))
\end{aligned}$$

*clarification:*

$$\begin{aligned}
& \text{ESAxioms}\{i:l\} \\
& \quad (E; \\
& \quad \quad T; \\
& \quad \quad M; \\
& \quad \quad loc;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{kind;} \\
& \text{val;} \\
& \text{when;} \\
& \text{after;} \\
& \text{time;} \\
& \text{sends;} \\
& \text{sender;} \\
& \text{index;} \\
& \text{first;} \\
& \text{pred;} \\
& \text{causl} \\
\equiv_{\text{def}} & (\forall e:E, e':E. \\
& (\text{loc}(e) = \text{loc}(e') \in \text{Id}) \Rightarrow ((\text{causl}(e,e')) \vee (e = e' \in E) \vee (\text{causl}(e',e)))) \\
& \& (\forall e:E. (\uparrow(\text{first}(e))) \iff (\forall e':E. (\text{loc}(e') = \text{loc}(e) \in \text{Id}) \Rightarrow (\neg(\text{causl}(e',e))))) \\
& \& (\forall e:E. \\
& \quad (\neg(\uparrow(\text{first}(e)))) \\
& \quad \Rightarrow (\text{loc}(\text{pred}(e)) = \text{loc}(e) \in \text{Id} \& \text{causl}(\text{pred}(e),e) \\
& \quad \quad \& (\forall e':E. (\text{loc}(e') = \text{loc}(e) \in \text{Id}) \Rightarrow (\neg(\text{causl}(\text{pred}(e),e') \& \text{causl}(e',e))))) \\
& \& (\forall e:E. \\
& \quad (\neg(\uparrow(\text{first}(e)))) \\
& \quad \Rightarrow (\forall x:\text{Id}, t:\mathbb{Q}. \\
& \quad \quad \text{when}(x,e,t) \\
& \quad \quad = \\
& \quad \quad \text{after}(x,\text{pred}(e),t + ((\text{time}(e)) - (\text{time}(\text{pred}(e)))))) \\
& \quad \quad \in T(\text{loc}(e),x))) \\
& \& \text{Trans}(E;e,e'.\text{causl}(e,e')) \\
& \& \text{strongwellfounded}(E; e,e'.(\text{causl}(e,e'))) \\
& \& (\forall e:E. \\
& \quad (\uparrow\text{isrcv}(\text{kind}(e))) \\
& \quad \Rightarrow ((\text{sends}(\text{lnk}(\text{kind}(e)),\text{sender}(e)))[(\text{index}(e))] \\
& \quad \quad = \\
& \quad \quad \text{msg}(\text{lnk}(\text{kind}(e));\text{tag}(\text{kind}(e));\text{val}(e)) \\
& \quad \quad \in \text{Msg}(M))) \\
& \& (\forall e:E. (\uparrow\text{isrcv}(\text{kind}(e))) \Rightarrow (\text{causl}(\text{sender}(e),e))) \\
& \& (\forall e:E, e':E. \\
& \quad (\text{causl}(e,e')) \\
& \quad \Rightarrow (((\neg(\uparrow(\text{first}(e')))) \text{c}\wedge ((\text{causl}(e,\text{pred}(e')) \vee (e = \text{pred}(e') \in E))) \\
& \quad \quad \vee ((\uparrow\text{isrcv}(\text{kind}(e')) \text{c}\wedge ((\text{causl}(e,\text{sender}(e')) \vee (e = \text{sender}(e') \in E))))) \\
& \& (\forall e:E. (\uparrow\text{isrcv}(\text{kind}(e))) \Rightarrow (\text{loc}(e) = \text{destination}(\text{lnk}(\text{kind}(e))) \in \text{Id})) \\
& \& (\forall e:E, l:\text{IdLnk}. \\
& \quad (\neg(\text{loc}(e) = \text{source}(l) \in \text{Id})) \Rightarrow (\text{sends}(l,e) = [] \in (\text{Msg\_sub}(l;M) \text{List}))) \\
& \& (\forall e:E, e':E. \\
& \quad (\uparrow\text{isrcv}(\text{kind}(e))) \\
& \quad \Rightarrow (\uparrow\text{isrcv}(\text{kind}(e'))) \\
& \quad \Rightarrow (\text{lnk}(\text{kind}(e)) = \text{lnk}(\text{kind}(e')) \in \text{IdLnk}) \\
& \quad \Rightarrow ((\text{causl}(e,e')))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \iff ((\text{causl}(\text{sender}(e), \text{sender}(e'))) \\
& \quad \vee (\text{sender}(e) = \text{sender}(e') \in E \ \& \ ((\text{index}(e) < (\text{index}(e')))))))) \\
& \ \& \ (\forall e: E, l: \text{IdLnk}, n: \{0.. \|\text{sends}(l, e)\|^- \}. \\
& \quad \exists e': E \\
& \quad ((\uparrow \text{isrcv}(\text{kind}(e'))) \\
& \quad c \wedge (\text{lnk}(\text{kind}(e')) = l \in \text{IdLnk} \ \& \ \text{sender}(e') = e \in E \ \& \ \text{index}(e') = n \in \mathbb{Z}))
\end{aligned}$$